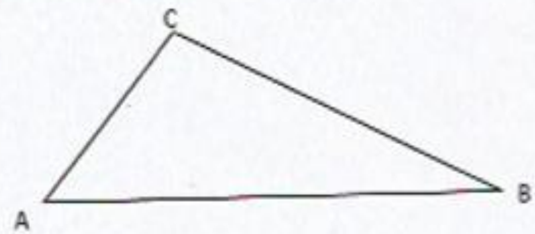
Triangles.

I. Généralités

a) Inégalité triangulaire.

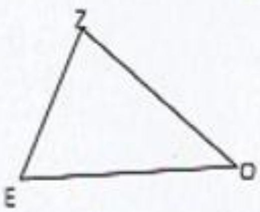


Propriété

Pour tous points A, B et C, on a toujours AB < AC + CB
Et AB = AC + CB si et seulement si C ∈ [AB] (triangle aplati)

On traduit cette propriété parfois par la phrase « Entre deux points le plus court chemin est ~~le segment reliant ces 2 points~~ la ligne droite ».

b) Vocabulaire.



ZD < DE + ZE
EZ < ZD + ED
ED < ZD + ZE

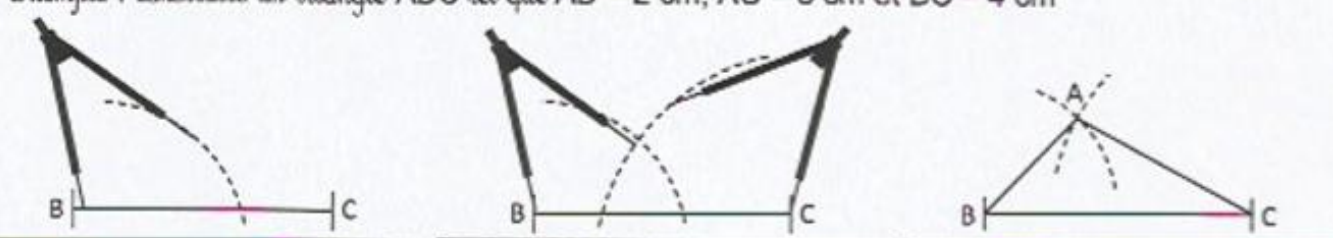
Les points Z, D et E s'appellent les sommets du triangle.
Les segments [EZ], [DZ] et [ED] s'appellent les côtés du triangle.
On dit que le sommet Z est opposé au côté [ED]

c) Construction.

✸ Si on connait la longueur des trois côtés.

Si on connait la longueur des trois côtés On construit le triangle à l'aide d'un compas

Exemple : construire un triangle ABC tel que AB = 2 cm, AC = 3 cm et BC = 4 cm



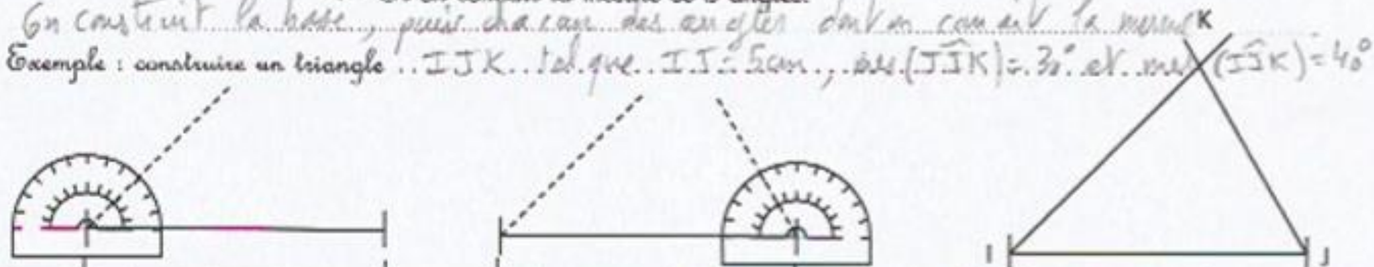
1) On trace un premier segment par exemple le côté [BC] de longueur 4 cm AB = 2 cm alors avec le compas on trace un arc de cercle de rayon 2 cm et de centre B. Le point A se situe dessus.	2) AC = 3 cm alors avec le compas on trace un arc de cercle de rayon 3 cm et de centre C. Le point A se situe dessus. Donc le point A se situe à l'intersection des deux arcs de cercles.	3) On trace les segments manquants, et on nomme les sommets. On code la figure si elle a une particularité. On laisse les traits de constructions.

Attention : on ne peut construire un triangle que si l'inégalité triangulaire est satisfaite.

✸ Si on connait la mesure de 2 angles.

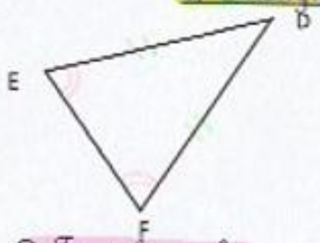
On construit la base, puis chacun des angles dont on connait la mesure

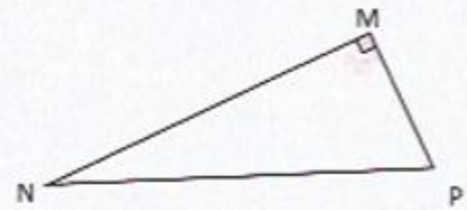
Exemple : construire un triangle IJK tel que IJ = 5 cm, mes($\widehat{JIK}$) = 30° et mes($\widehat{IJK}$) = 40°



On construit [IJ] car on connait sa longueur, puis les deux angles de mesures données, en prolongeant les demi-droites, on obtient le 3ème sommet.

d) Triangles particuliers.





☺ Triangle isocèle

un triangle isocèle à 2 côtés de même longueur.
EDF est isocèle en D
car ED = DF.

☺ Triangle équilatéral

un triangle équilatéral à ses 3 côtés de même longueur. JIK est équilatéral : car IJ = IK = JK

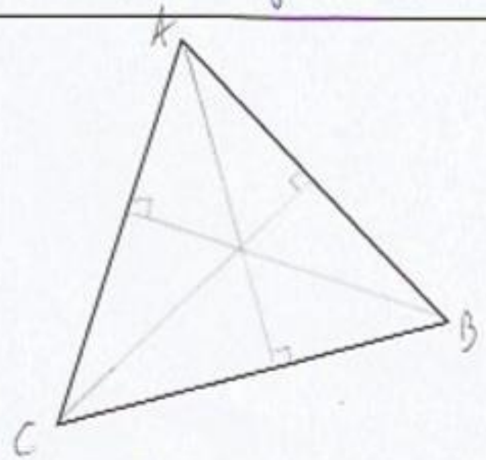
☺ Triangle rectangle

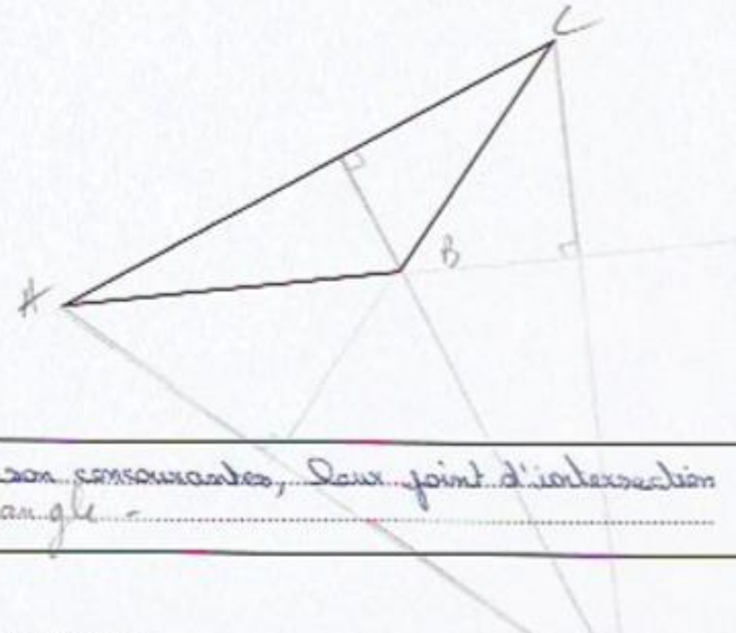
un triangle rectangle possède un angle droit.
NMP est rectangle en M.
$\widehat{NMP} = 90°$

II. Hauteurs d'un triangle.

Définition

La hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à celui-ci





Propriété (admise)

Les trois hauteurs d'un triangle son concourantes, leur point d'intersection est appelé l'Orthocentre du triangle.

Remarque :

III. Somme des angles d'un triangle.

Découper un triangle quelconque et réaliser le pliage ci-dessous de façon à ramener les sommets du triangle pour former un rectangle.

On constate que : mes $(\widehat{A})$ + mes $(\widehat{B})$ + mes $(\widehat{C})$ = 180°

Propriété (admise)

La somme des angles d'un triangle est égale à 180°

Dans un triangle équilatéral, chaques angles mesurent 180° ÷ 3 = 60°