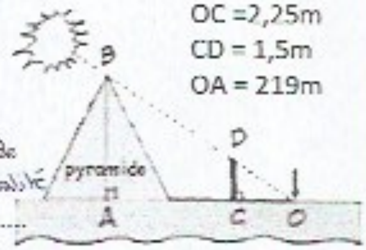
Thales de milet
625-547 av JC

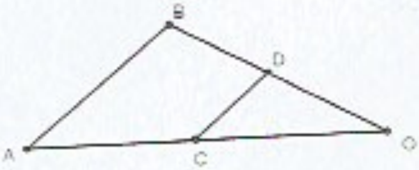
Le théorème de Mr Thalès.

OC = 2,25m
CD = 1,5m
OA = 219m

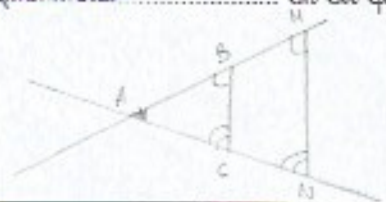


I. Introduction

On demande à monsieur Thalès de mesurer la hauteur d'une pyramide ..... La légende raconte qu'il aurait utilisé la proportionnalité des choses et de leur ombre pour faire des triangles semblables ......



Lorsque des points A, B, C, D et O sont tels que les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O et que les droites (BA) et (CD) sont ...parallèles .... on dit qu'ils forment une configuration de Thalès.



II. Le théorème de Mr Thalès.

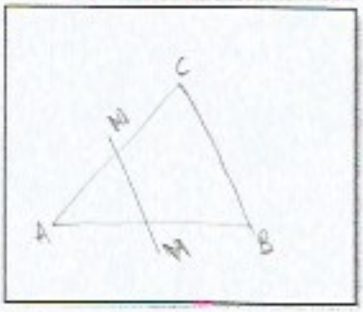
Théorème (Admis)

Dans toutes les configurations de Thalès, les triangles aux côtés parallèles ont leurs longueurs ...proportionnelles...
Lorsque des points A, B, C, M et N forment une configuration de Thalès alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

A quoi ça sert ? ...... À calculer des longueurs manquantes dans une configuration de Thalès.

Savoir-faire

ABC est un triangle tel que AB = 8 cm ; AC = 6 cm Soit M le point de [AB] tel que AM = 2 cm. La droite parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. Calculer AN.



Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A... et les droites (MN) et (BC) sont parallèles, donc on est dans une configuration de Thalès, donc d'après le théorème de Mr Thalès..., on peut affirmer que les triangles AMN et ABC ont leurs côtés ...proportionnels...... et on a : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Soit $\frac{8}{2} = \frac{6}{AN} = \frac{BC}{MN}$

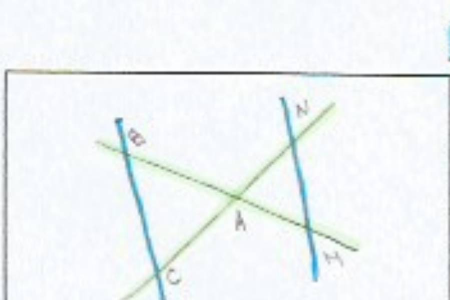
Donc en particulier $\frac{8}{2} = \frac{6}{AN}$ soit $8 \times AN = 2 \times 6$

Donc $AN = \frac{2 \times 6}{8} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

Remarques :

...... On oublie pas les phrases d'introduction, on oublie pas l'étape produit en croix.

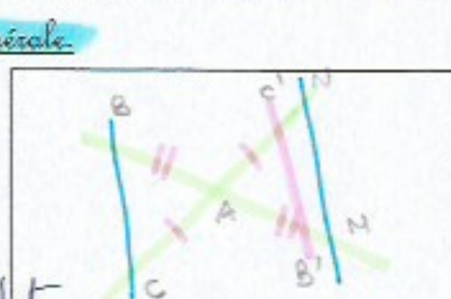
III. Le théorème de Mr Thalès, forme générale.



Les droites (NC) et (MB) sont sécantes en A et les droites (BC) et (NM) sont parallèles.

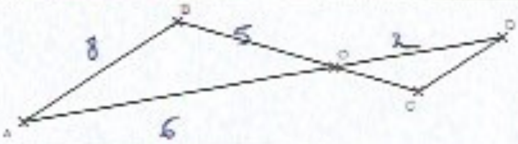
Donc $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

par symétrie centrale on se retrouve dans les conditions précédentes



Savoir-faire

ABC est un triangle tel que AB = 8 cm ; AO = 6 cm ; BO = 5 cm et OD = 2 cm.
Les droites (AB) et (DC) sont parallèles. Calcule OC.



Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en O et les droites (AB) et (DC) sont parallèles, donc on est dans une configuration de Thalès, donc d'après le théorème de Mr Thales, on peut affirmer que: $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$

Soit $\frac{6}{2} = \frac{5}{OC} = \frac{8}{DC}$ Donc en particulier $\frac{6}{2} = \frac{5}{OC}$ soit $OC \times 6 = 2 \times 5$

Donc $OC = \frac{2 \times 5}{6} = \frac{5}{3}$

IV. La réciproque du théorème de Mr Thales.

Théorème (admis)

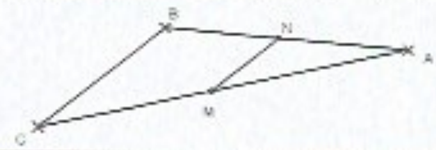
Si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Alors on peut affirmer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.....

A quoi ça sert ? à démontrer que les droites sont parallèles

Savoir-faire

ABC est un triangle tel que : AB = 6cm ; AC = 8cm ; BC = 4cm ; M et N sont respectivement des points de [AB] et [AC] tels que AM = 2cm et AN = 1,5 cm. Démontrer que (BC) // (MN).



Les droites (BN) et (CM) sont sécantes en A et les points C,M,A et B,N,A sont alignés dans cet ordre.

Calculons séparément $\frac{AC}{AM}$ et $\frac{AB}{AN}$

On a $\frac{AC}{AM} = \frac{8}{2} = 4$ De plus $\frac{AB}{AN} = \frac{6}{1,5} = \frac{12}{3} = 4$

Donc $\frac{AC}{AM} = \frac{AB}{AN}$ donc d'après la réciproque de Mr Thales

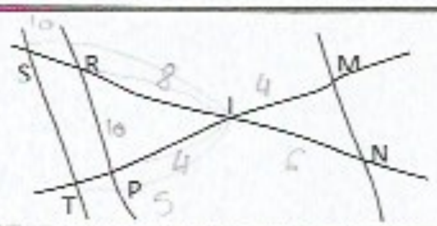
Nous pouvons affirmer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

Remarques : Il est nécessaire d'effectuer les calculs séparément puis de les comparer !

Savoir-faire

Sur la figure ci-après, tracée à main levée : IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4 cm IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 5 cm. On ne demande pas de refaire la figure.

1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.
2. En déduire ST.
3. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier



1) Les droites (SR) et (TP) sont sécantes en I et les points S,R,I et T,P,I sont alignés dans cette ordre.

Calculons séparément $\frac{IS}{IR}$ et $\frac{IT}{IP}$

On a $\frac{IS}{IR} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ de plus $\frac{IT}{IP} = \frac{5}{4}$ Donc d'après la réciproque de Mr Thales, nous pouvons affirmer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

2) Les droites (SR) et (TP) sont sécantes en I et les droites (ST) et (RP) sont parall

Donc on peut utiliser le théorème de Mr Th

Donc $\frac{IT}{IP} = \frac{IS}{IR} = \frac{TS}{PR}$

Soit $\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{ST}{10}$

Donc en particulier $\frac{10}{8} = \frac{ST}{8}$

soit $ST \times 8 = 10 \times 10$

Donc $ST = \frac{10 \times 10}{8} = \frac{2 \times 5 \times 2 \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{25}{2}$

Donc $ST = \frac{25}{2}$.