

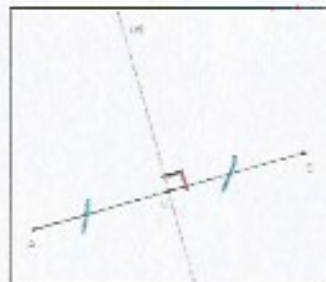
Les transformations du plan.

I. La symétrie axiale

a) La médiatrice d'un segment.

Definition

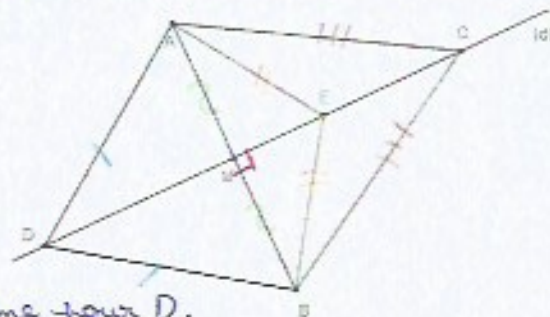
La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire ce segment $[AB]$ qui passe par son milieu (H) .



Exemple: (d) est la médiatrice du segment $[AB]$.

Propriété (démontrée en 4°)

- ☺ Tout point appartenant à la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités du segment.
- ☺ Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.



Exemple: E appartient à (d) donc $EA = EB$.

Si $CA = CB$ alors C appartient à (d) de même pour D .

Application: On peut construire la médiatrice d'un segment avec un compas. On peut donc construire un triangle isocèle avec un compas!!!!

b) La symétrie axiale, définition.

Definition

L'image d'un point A par la symétrie axiale d'axe (d) est le point A' tel que :

- Si A appartient à (d) alors $A' = A$.
- Si A n'appartient pas à (d) alors (d) est la médiatrice de $[AA']$.

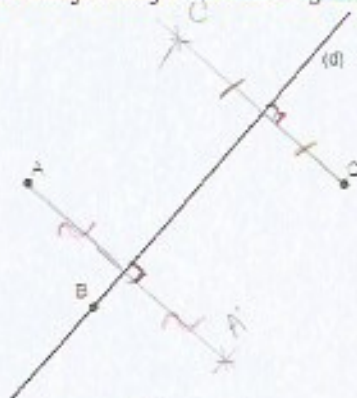
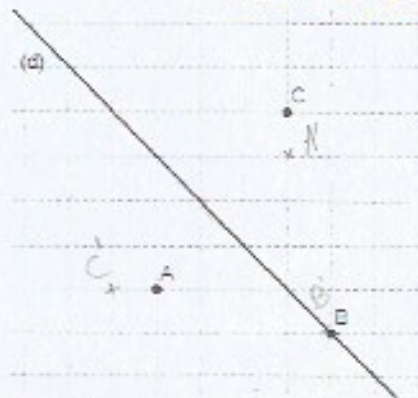
Le point A' est l'image du point A par rapport à (d) car (d) est la médiatrice de $[AA']$. On dit aussi que A' est le symétrique de A par rapport à (d) .

Le symétrique du point B est B' .

Car il appartient à (d) , l'axe de symétrie.



c) Construire l'image d'un point par une symétrie axiale.



Pour tracer la symétrique d'un point A , on trace la perpendiculaire à (d) passant par A . Puis à l'aide du compas, on place A' sur cette droite à la même distance de (d) que le point A . (d) est la médiatrice de $[AA']$.

2) Propriétés de la symétrie axiale.

Propriétés (admises)

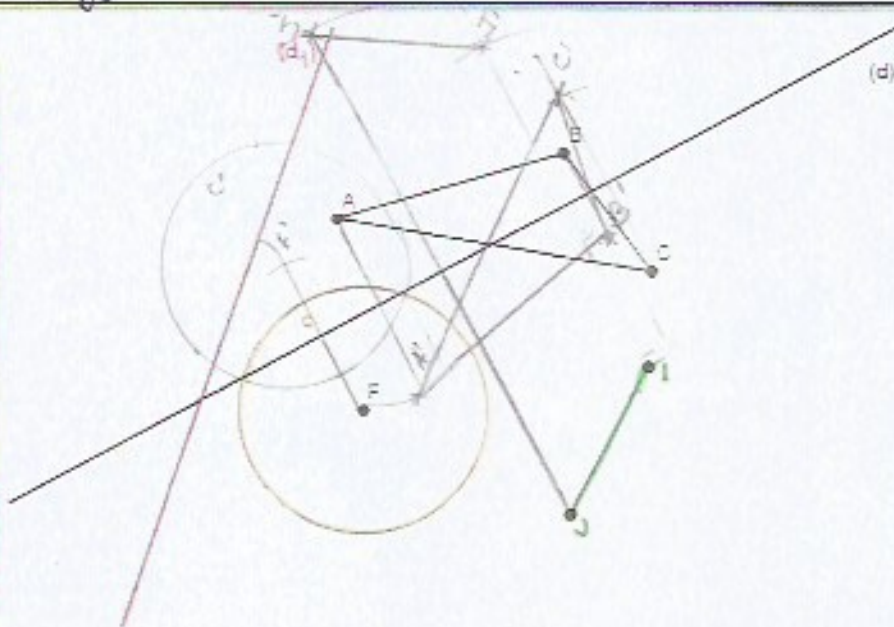
La symétrie axiale conserve les longueurs... (la distance entre deux points est la même que celle entre leurs images) et elle conserve l'alignement. (les images de trois points alignés sont alignés.....) et elle conserve les angles.

Exemple: $AB = A'B'$
 AB et C sont alignés, ainsi que $A'B'$ et C'
 $\widehat{CAB} = \widehat{C'A'B'}$

Conséquences

Par une symétrie axiale l'image d'un segment est un segment... de même longueur, l'image d'une droite est une droite... l'image d'un polygone est un polygone de même nature, l'image d'un cercle est un cercle.....

Le symétrique de la droite (d) par rapport à la droite (d') est la droite (d'') .
Le symétrique du segment $[IJ]$ par rapport à la droite (d) est le segment $[I'J']$.
Le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d) est le triangle $A'B'C'$.
Le symétrique du cercle C de centre F par rapport à la droite (d) est le cercle C' de centre F' .



c) Axe de symétrie d'une figure.

Definition

On dit qu'une figure admet un axe de symétrie (d) si elle reste identique... par la symétrie axiale.

La symétrie de cette carte par rapport à (d_1) ou à (d_2) est elle-même.



II. La symétrie centrale

a) Le milieu d'un segment

Definition

Le milieu d'un segment est le point qui appartient à ce segment et qui est équidistant de ses extrémités.



Exemple: M appartient au $[AB]$, mais n'est pas équidistant d' A et B . Ce n'est pas le milieu. P est équidistant d' A et B , mais n'est pas le milieu et n'appartient pas à $[AB]$ et est équidistant de $[AB]$: c'est le milieu.

b) La symétrie centrale, définition

Definition

L'image d'un point A par la symétrie centrale de centre I est le point A' tel que :

- Si A est confondu avec I alors $A' = A (= I)$
- Si A n'est pas confondu avec I alors I est le milieu de $[AA']$

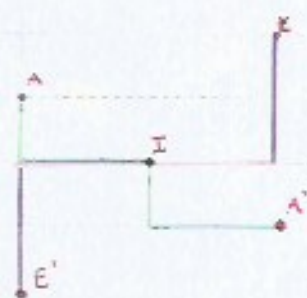
Le point A' est l'image du point A par rapport à I car I est le milieu de $[AA']$. On dit aussi que A' est le symétrique de A par rapport à I .

La symétrie du point I est I .

Cas il se suppose



c) Construire l'image d'un point par une symétrie centrale



On trace $[BI]$, puis avec la compas, on trace B' , tel que $BI = IB'$.

d) Propriétés de la symétrie centrale

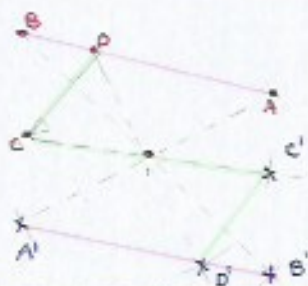
Propriétés (admises)

La symétrie ~~axiale~~ ^{centrale} conserve les longueurs (la distance entre deux points est la même que celle entre leurs images) et elle conserve l'alignement (les images de trois points alignés sont alignés) et elle conserve les angles.

Exemple: A', B' et D' sont alignés, comme A, B et D .

$$AB = A'B' = 3,45 \text{ cm}$$

$$\widehat{DCI} = \widehat{D'C'I} = 60^\circ$$



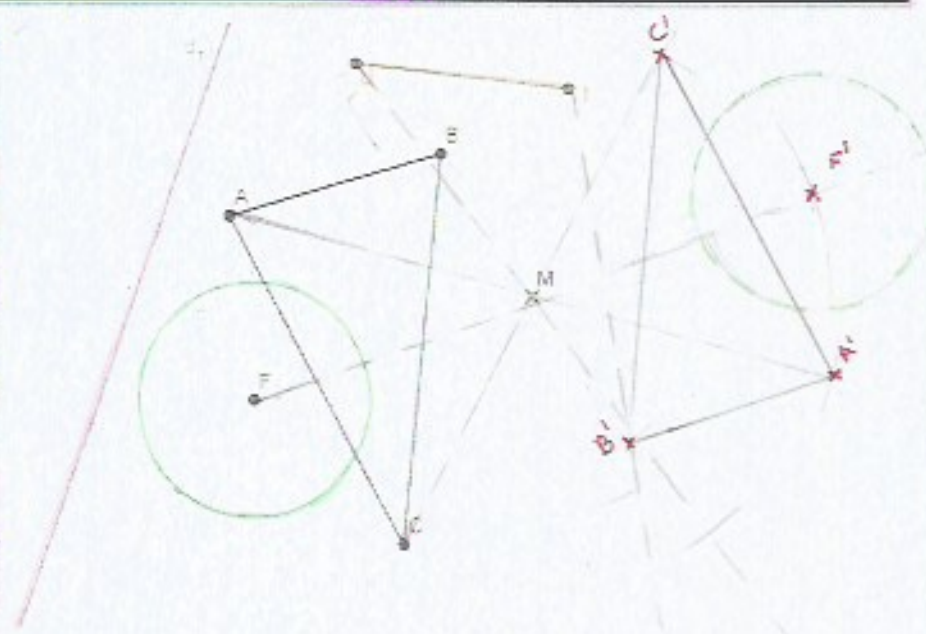
Conséquences

Par une symétrie ~~axiale~~ ^{centrale} l'image d'un segment est un segment de même longueur, l'image d'une droite est une droite l'image d'un polygone est un polygone de même nature, l'image d'un cercle est un cercle

Pour tracer le symétrique d'un triangle: on trace le symétrique des points (extrémités et sommets)

Pour tracer le symétrique d'une droite on fait passer deux points sur la droite.

Pour tracer le symétrique d'un cercle: on trace le symétrique du centre F par rapport à H . Puis on trace un cercle de centre F' de même rayon.



1) Centre de symétrie d'une figure.

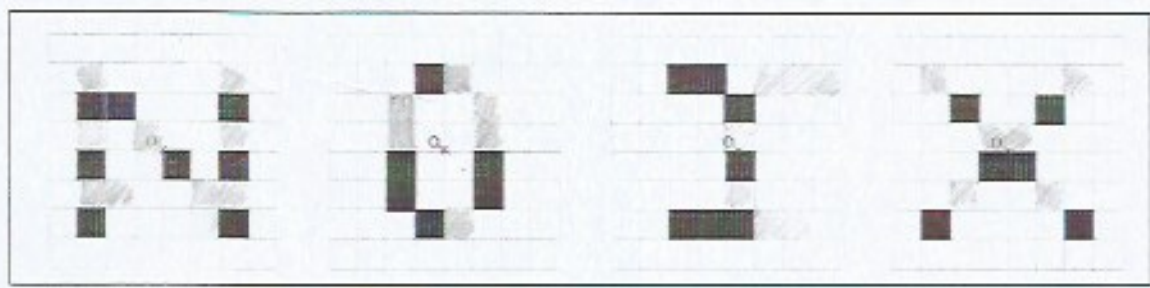
Definition

On dit qu'une figure admet un Centre de symétrie I si elle reste identique par la symétrie de centre I .

La symétrique de cette dame de coeurs par rapport à son centre de symétrie est elle-même.



Exemple: Complète pour que les figures suivantes aient un centre de symétrie.



III. La translation

a) La translation, définition

Definition

L'image d'un point B par la translation qui transforme A en A' est le point B' tel que : AA'B'B est un parallélogramme

Exemple : ici AA'B'B est un parallélogramme

Remarques : Δ la translation qui transforme A en A' est différente de celle qui transforme A' en A.



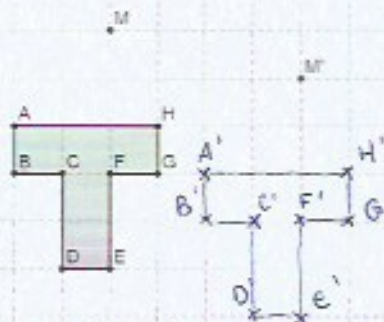
b) Propriétés de la translation

Propriété (admise)

La translation conserve les longueurs, le parallélisme et les angles

Conséquences

Par une translation l'image d'un segment est un segment de même longueur, l'image d'une droite est une droite parallèle, l'image d'un polygone est un polygone de même nature, l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.



Construire l'image de T par la translation qui transforme M en M'.

IV. La rotation

a) La rotation, définition

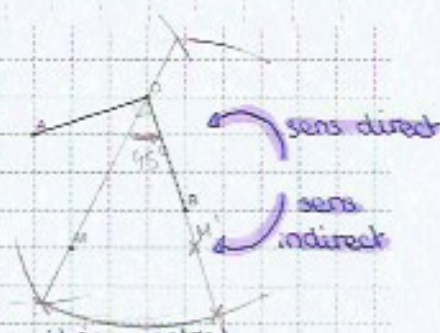
Definition

L'image d'un point M par la rotation de centre O et d'angle α est le point M' tel que : $OM' = OM$ et $\text{mes}(\widehat{MOM'}) = \alpha$

Exemple : B est l'image de A par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct

Construire M', l'image de M par la rotation de centre O d'angle 45° dans le sens direct

Remarques : Une rotation d'angle 180° est une symétrie centrale.



b) Propriétés de la rotation

Propriété (admise)

La rotation conserve l'alignement, les distances et les angles

Conséquences

Par une rotation l'image d'un segment est un segment de même longueur, l'image d'une droite est une droite, l'image d'un polygone est un polygone de même nature, l'image d'un cercle est un cercle de même rayon

