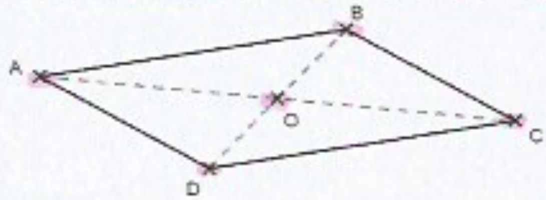
Parallélogrammes.

I. Définition.

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a un centre de symétrie

Exemple : O est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD. A et C sont symétriques par rapport à O et B et D sont symétriques par rapport à O.



II. Propriétés du parallélogramme.

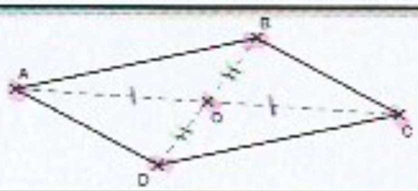
En utilisant les propriétés de la symétrie centrale, on peut prouver que :

Si on quadril. alors ce est

Propriété

Dans un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu

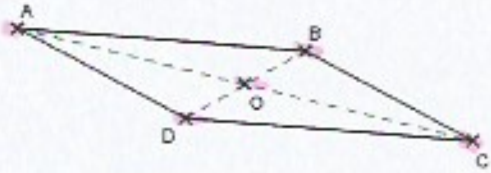
On sait que A et C et D et B sont symétriques par rapport à O. Donc O est le milieu de [AC] et [BD]
Alors les diagonales ABCD se coupent en leur milieu



Propriété

~~Dans~~ un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles et égaux

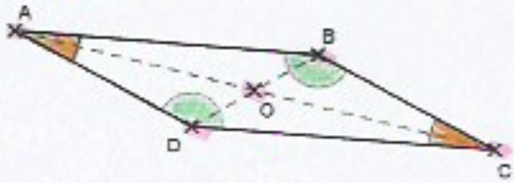
On sait que [AB] et [DC] sont symétriques par rapport à O



Propriété

~~Dans~~ un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure

Les angles [AB] et [DC] sont symétriques par rapport à O. Or la symétrie centrale conserve les angles, $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ de même pour $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$

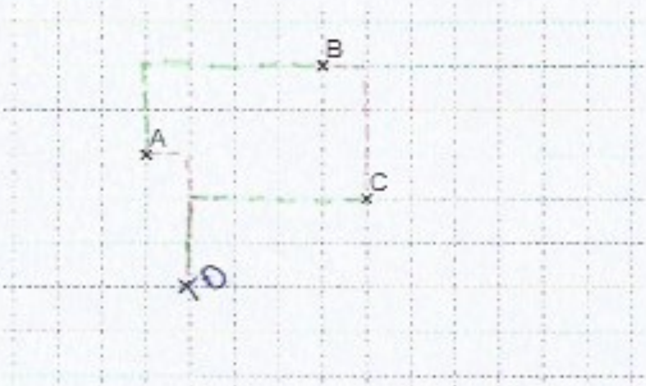


III. Construction d'un parallélogramme.

a) Avec un quadrillage.

Construit le point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

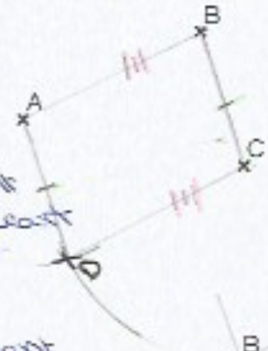
Il est important de regarder l'ordre des points et de se figurer l'emplacement de celui qu'il faut construire. On sait que AB = DC et (AB) // (DC) en s'aidant du quadrillage on place D.
On aurait pu faire de même en considérant BC = AD



b) Avec un compas.

Construit le point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

En regardant l'ordre des points, on prévoit l'emplacement du point à tracer. La construction s'appuie sur l'égalité des longueurs de côtés opposés AB = DC et BC = AD. Avec le compas prendre l'écartement AB le reporter à partir de C. Faire de même avec l'écart
Le point D est à l'intersection des arcs de cercles.



c) Avec des parallèles.

Construit le point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

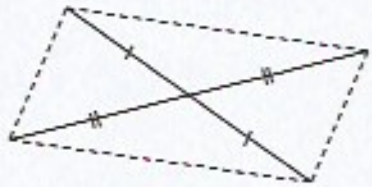
En regardant l'ordre des points, on prévoit l'emplacement du point à tracer. La construction s'appuie sur le parallélisme des côtés opposés (AB) // (CD) et (BC) // (AD)
On construit la droite (d) // à (AB) passant par C et la droite (d') // à (BC) passant par AD et le point d'intersection de (d) et (d').

IV. Critères de reconnaissance d'un parallélogramme.

a) Par ses diagonales.

Propriété

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors on peut affirmer que c'est un parallélogramme



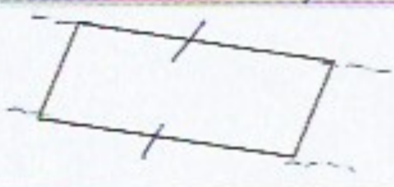
b) Par ses côtés.

Propriété

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors on peut affirmer que c'est un parallélogramme

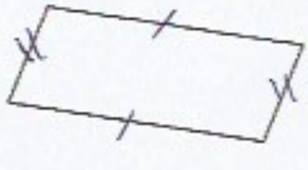
Propriété

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors on peut affirmer que c'est un parallélogramme



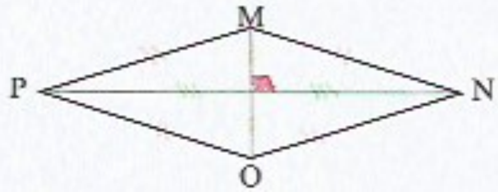
Propriété

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors on peut affirmer que c'est un parallélogramme



V. Parallélogrammes particuliers :

a) Le losange.



Définition

Un losange est un quadrilatère qui a ses quatres côtés de même longueur.

Un losange a ses quatres côtés de même longueur, donc en particulier, il a ses côtés opposés de même longueur. Donc : Un losange est un parallélogramme donc il possède toutes les propriétés d'un parallélogramme: un losange a un centre de symétrie, il a ses diagonales qui ont le même milieu, il a ses côtés opposés parallèles, il a ses angles opposés de même mesure.

C'est un parallélogramme particulier car il possède en plus deux propriétés :

- Ses quatres côtés sont de même longueur
- Ses diagonales sont perpendiculaires.

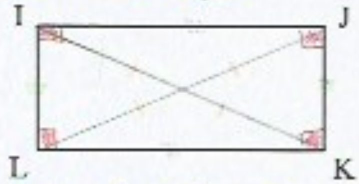
Propriété

Si un parallélogramme à deux côtés consécutifs de même longueur alors on peut affirmer que c'est un losange.

Propriété

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors on peut affirmer que c'est un losange.

b) Le rectangle.



Définition

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatres angles droits.

Un rectangle a ses côtés opposés parallèles. Donc : un rectangle est un parallélogramme donc il possède toutes les propriétés d'un parallélogramme: un rectangle à un centre de symétrie, il a ses diagonales qui ont le même milieu, il a ses côtés opposés parallèles, il a ses angles opposés de même mesure.

C'est un parallélogramme particulier car il possède en plus deux propriétés :

- Ses quatres angles sont droits (deux côtés consécutifs sont perpendiculaires)
- Ses diagonales sont de même longueur.

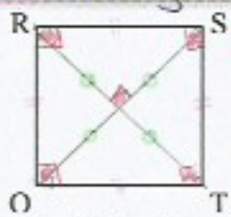
Propriété

Si un parallélogramme a un angle droit alors on peut affirmer que c'est un rectangle.

Propriété

Si un parallélogramme à ses diagonales de même longueurs alors on peut affirmer que c'est un rectangle.

b) Le carré.



Définition

Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur et quatres angles droits.

Remarque : Un carré est un parallélogramme donc il possède toutes les propriétés d'un parallélogramme: un carré a un centre de symétrie, il a ses diagonales qui ont le même milieu, il a ses côtés opposés parallèles, il a ses angles opposés de même mesure. Un carré est un losange (il a ses quatres côtés de même longueurs) donc il a en plus les propriétés propres aux losanges: ses diagonales sont perpendiculaires. Un carré est un rectangle (il a ses quatres angles droits) donc il a en plus les propriétés propres aux rectangles: ses diagonales sont de même longueurs.

VI. Familles de quadrilatères :