

## Baccalauréat S Antilles-Guyane 19 juin 2018

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3000 cétacés dans cette réserve au 1<sup>er</sup> juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- entre le 1<sup>er</sup> juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine;
- entre le 1<sup>er</sup> novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

On modélise l'évolution du nombre de cétacés par une suite  $(u_n)$ . Selon ce modèle, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  désigne le nombre de cétacés au 1<sup>er</sup> juin de l'année 2017 +  $n$ . On a donc  $u_0 = 3000$ .

1. Justifier que  $u_1 = 2926$ .
2. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,95u_n + 76$ .
3. À l'aide d'un tableur, on a calculé les 8 premiers termes de la suite  $(u_n)$ . Le directeur a configuré le format des cellules pour que ne soient affichés que des nombres arrondis à l'unité.

|   | A     | B    | C    | D    | E    | F    | G    | H    | I    |
|---|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | $n$   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| 2 | $u_n$ | 3000 | 2926 | 2856 | 2789 | 2725 | 2665 | 2608 | 2553 |

Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les termes de la suite  $(u_n)$ ?

4.
  - a. Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq 1520$ .
  - b. Démontrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
  - c. Justifier que la suite  $(u_n)$  est convergente. On ne cherchera pas ici la valeur de la limite.
5. On désigne par  $(v_n)$  la suite définie par, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n - 1520$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.
  - b. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 1480 \times 0,95^n + 1520$ .
  - c. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .
6. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2000.

|                      |
|----------------------|
| $n \leftarrow 0$     |
| $u \leftarrow 3000$  |
| Tant que ...         |
| $n \leftarrow \dots$ |
| $u \leftarrow \dots$ |
| Fin de Tant que      |

La notation «  $\leftarrow$  » correspond à une affectation de valeur, ainsi «  $n \leftarrow 0$  » signifie « Affecter à  $n$  la valeur 0 ».

7. La réserve marine fermera-t-elle un jour? Si oui, déterminer l'année de la fermeture.