

Durée : 30 minutes.

Soit C la fonction définie pour tout réel x élément de l'intervalle $[0 ; 15]$ par :

$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 15x + 81$. La fonction C modélise le coût total de production, exprimé en euros, de x articles fabriqués par un artisan.

1. On appelle coûts fixes les coûts de l'entreprise avant la production du premier article. Quels sont les coûts fixes de cet artisan ?
2. L'entreprise vend chaque article 60 euros.
On note $R(x)$ la recette générée par la production et la vente de x articles.
 - a) Exprime $R(x)$ en fonction de x .
 - b) Vérifie que si l'artisan vend 5 articles, sa recette est égale à 300 €.
3. La courbe CT représentative de la fonction C est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal.
 - a) Dans le même repère, tracer la courbe représentative de la fonction recette.
 - b) Déterminer graphiquement les valeurs arrondies des bornes de l'intervalle dans lequel doit se situer la production pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.
4. Le bénéfice est la fonction B définie sur l'intervalle $]0 ; 15]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.
 - a) Montrer que $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 45x - 81$.
 - b) Calculer $B'(x)$.
 - c) Étudier les variations de la fonction B .
 - d) En déduire la production pour laquelle le bénéfice est maximal.
Quel est le montant en euro de ce bénéfice maximal ?

