Probabilités conditionnelles.

I. Probabilités conditionnelles.

Définition

Soit *A* et *B* deux événements avec $p(A) \neq 0$. On appelle probabilité conditionnelle de *B* sachant *A*, la probabilité que l'événement *B* se réalise sachant que l'événement *A* est réalisé.
Elle est notée $p_A(B)$ et est définie par : $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$

Exemple :

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.
Soit A l'événement "Le résultat est un pique". Soit B l'événement "Le résultat est un roi".

....

....

Donc la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est : ....

Définition

Soit *A* et *B* deux événements avec $p(A) \neq 0$.

- $0 \leq p_A(B) \leq 1$
- $p_A(\bar{B}) = 1 - p_A(B)$
- $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$

Exemple :

....

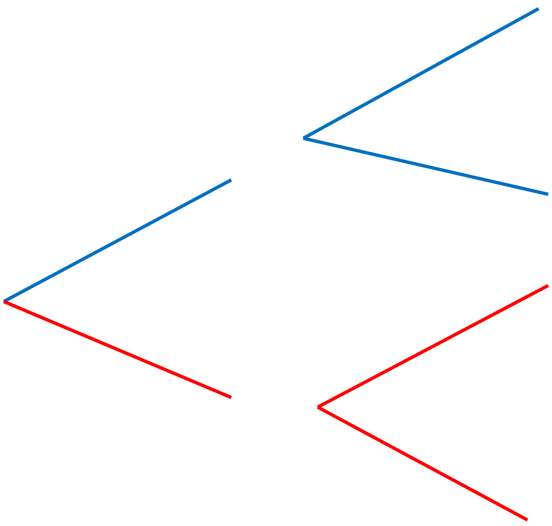
....

....

II. Arbre pondéré.

Exemple :

Une urne contient 100 tickets, dont 40 tickets bleus et 60 tickets rouges. Sur chaque ticket, il est marqué soit "Gagné" ou soit "Perdu". Il est marqué Gagné sur 30 tickets bleus et sur 10 tickets rouges. On tire au hasard un ticket dans l'urne.
Soit *B* l'événement "On tire un ticket bleu". Soit *G* l'événement "On tire un ticket marqué Gagné"
On peut représenter l'expérience aléatoire par un arbre pondéré (ou arbre de probabilité) :



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Propriété

La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.

Propriété

La probabilité d'une extrémité d'un chemin est égale au produit des probabilités des branches composant ce chemin.

Propriété

Formule des probabilités totales : La probabilité d'un événement associé à plusieurs chemins est égale à la somme des probabilités de chacune de ces chemins.

☑ *Pondichéry 2013 :*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L.

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires. L'enquête révèle que 55% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

- L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
- C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.

3. Montrer que $P(C)= 0,5675$.

4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

c. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

☑ *Polynésie 2013 :*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une agence de voyage propose des formules week-end à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion + hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non
leur formule par une option « visites guidées ».

Une étude a produit les données suivantes :

- 40% des clients optent pour la formule « avion + hôtel » et les autres pour la formule « train + hôtel » ;
- parmi les clients ayant choisi la formule « train + hôtel », 50% choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- 12% des clients ont choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule week-end à Londres. On note :
A l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » ;
T l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « train + hôtel » ;
V l'évènement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées ».

1. a. Quelle est la probabilité de l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » ?
b. Calculer la probabilité $P_A(V)$.
c. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a. Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.
b. Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées ». Arrondir le résultat au millième.
3. L'agence pratique les prix (par personne) suivants :
Formule « avion + hôtel » : 390 €
Formule « train + hôtel » : 510 €
Option « visites guidées » : 100 €
Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle espérer obtenir avec 50 clients qui choisissent un week-end à Londres ?

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

☑ *Centres Etrangers 12 juin 2013 :*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une association de consommateurs a fait une enquête sur des ventes de sacs de pommes.

On sait que :

• 15% des sacs sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste est vendu dans des supermarchés.

• Parmi les sacs vendus directement dans l'exploitation agricole, 80% contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.

• Parmi les sacs vendus dans des supermarchés, 10%contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.

On désigne par E l'évènement « les sacs de pommes sont vendus sur l'exploitation » et par V l'évènement « les sacs contiennent des pommes de variétés différentes ». L'évènement contraire de l'évènement A sera noté $\bar{A}$.

On achète de façon aléatoire un sac de pommes.

1. Traduire les trois données de l'énoncé en termes de probabilités.

2. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.

3. Définir par une phrase l'évènement E∩V puis calculer sa probabilité.

4. Montrer que la probabilité que le sac acheté contienne des pommes de variétés différentes est égale à 0,205.

5. Le sac acheté contient des pommes d'une seule variété. Calculer la probabilité qu'il ait été acheté directement sur l'exploitation agricole, arrondir le résultat à 0,001 près.

6. Des producteurs, interrogés lors de l'enquête, disposent ensemble de 45 000 sacs. Chaque sac, qu'il contienne un seul type de pommes ou des pommes de variétés différentes, est vendu 0,80 euro sur l'exploitation agricole et 3,40 euros dans des supermarchés.

Calculer le montant total des ventes qu'ils peuvent prévoir.