

Proportions, pourcentages et évolutions.



I. Proportions.

a) Proportion d'une sous-population.

Définition : On appelle population..... un ensemble d'éléments appelés les individus.....
On appelle sous-population..... une partie de la population.

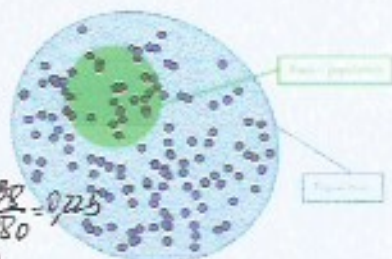
Définition : On considère une population d'effectif N et une sous-population d'effectif n .

La proportion de la sous-population est le quotient $p = \frac{n}{N}$.

Savoir-faire : Savoir déterminer une proportion :

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2nde, 108 d'entre eux sont externes.

la population totale des élèves de 2nde a pour effectif $N = 480$. la sous-population des élèves externes a pour effectif $n = 108$. la proportion des élèves externes est $p = \frac{108}{480} = 0,225$.
Une proportion peut s'exprimer en pourcentage 22,5% des élèves sont externes.



b) Proportion de proportion.

Propriété : Soit $C \subset B \subset A$.

Soit p_1 la proportion de B dans A et p_2 la proportion de C dans B.

Alors la proportion de C dans A est $p = p_1 \times p_2$.

Savoir-faire : Savoir calculer des pourcentages de pourcentages :

Sur 67 millions d'habitants en France, 66 % de la population est en âge de travailler.

La population active représente 70 % de la population en âge de travailler.

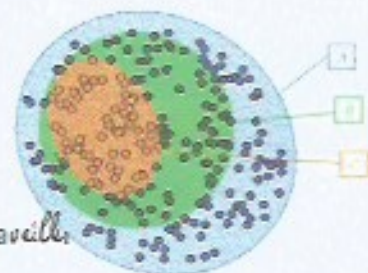
a) Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.

b) Combien de français compte la population active ?

a) Et la population Française, T en âge de travailler, A la population active $A \subset T \subset F$
La proportion de A dans T est 70%. La proportion de T dans F est 66%.

donc la proportion de A dans F est $0,7 \times 0,66 = 0,462 = 46,2\%$.

b) $46,2\%$ de 67 = $0,462 \times 67 = 30,954$. La France compte environ 31 millions d'actifs.



II Variations d'une quantité, taux d'évolution.

On considère une quantité qui varie au cours du temps.

On note V_0 sa valeur initiale..... et V_1 sa valeur finale.....

Définition : La **variation absolue** de la quantité est le nombre $V_1 - V_0$.

La variation absolue possède la même unité que la quantité étudiée.

Si une variation absolue est positive, la quantité a augmenté.

Si une variation absolue est négative, la quantité a diminué.

Définition : Le **taux d'évolution** (ou **variation relative**) de V_1 par rapport à V_0 est $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$

Remarques : Le taux d'évolution peut s'exprimer en pourcentage.

Le signe du taux d'évolution définit s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.

Savoir-faire : Savoir calculer un taux d'évolution :

La population d'un village était de 8500 en 2008 puis de 10400 en 2012.

Calculer le taux d'évolution de la population en %

$$t = \frac{10400 - 8500}{8500} \approx 0,224 \quad \text{Donc environ } 22,4\% \text{ d'augmentation.}$$

Propriété : Augmenter une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $(1 + \frac{t}{100})$

Diminuer une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $(1 - \frac{t}{100})$

Ex: Augmenter une quantité de 20% revient à la multiplier par 1,2
Diminuer une quantité de 30% revient à la multiplier par 0,7

III. Évolutions successives.

Propriété : Si une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Savoir-faire : Savoir calculer un taux d'évolution global :

En 2010, la boulangerie-pâtisserie Aux délices a augmenté ses ventes de 10%. En 2011, elle a diminué ses ventes de 5%. Calculer le taux d'évolution global des ventes sur les deux années.

en 2010 le coefficient est 1,1 ; en 2011 le coefficient multiplicateur est 0,95
 $1,1 \times 0,95 = 1,045 = 1 + \frac{4,5}{100}$ Sur les deux années, le taux d'évolution global est une augmentation de 4,5%

IV. Évolution réciproque.

Définition : Soit t le taux d'évolution de V_0 à V_1 . On appelle **taux d'évolution réciproque** de t , le taux d'évolution qui appliqué V_1 à permet de retrouver la valeur initiale V_0 .

Propriété : Les coefficients multiplicateurs de deux évolutions réciproques sont deux nombres *inverses*

Savoir-faire : Savoir calculer un taux d'évolution réciproque :

1. Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2011. Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2012 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ?

2. La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante. Quel est le pourcentage de baisse sur la 2e année ?

1) $c = 1 - \frac{8}{100} = 0,92$ le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{0,92} \approx 1,087$
pour retrouver la valeur initiale il faut une augmentation de 8,7%

2) $c = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$ le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{1,03} \approx 0,971$
sur la deuxième année, la population a baissé de 2,9%