Suites arithmétiques.

*Le mathématicien allemand **Carl Friedrich Gauss (1777 ; 1855),** alors âgé de 10 ans calcule la somme des nombres de 1 à 100 en utilisant une méthode astucieuse.*

I. Définition d'une suite arithmétique.

On considère la suite (u_n) où la différence entre un terme et son précédent reste constante et égale à 3. Si le premier terme est égal à 2, les premiers termes successifs sont : u_0=….. ; u_1=…………=…. ; u_2=…………=….. ; u_3=……….=…… . De façon plus générale, pour tout nombre entier n, on a u_{n+1}=…………………

On dit que la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison ……… et de premier terme ……….

Définition : On dit qu'une suite (u_n) est une <u>suite arithmétique</u> s'il existe un nombre r tel que, pour tout n, u_{n+1} =……………..…. .Le nombre r est appelé la <u>raison</u> de la suite (u_n).

☑ <u>Savoir-faire : Savoir démontrer qu'une suite est arithmétique :</u>

1) La suite (u_n) définie par : $u_n = 2n - 3$ est-elle arithmétique ?

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2) La suite (u_n) définie par : $u_n = n^2 + 2$ est-elle arithmétique ?

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Propriété : Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors , pour tout n, $u_n = u_0 + n \times r$.

Démonstration exigible :

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Exemple : On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0 = 3 et de raison 2.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

☑ <u>Savoir-faire : Savoir déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique :</u>

1) Soit (u_n) la suite arithmétique tel que $u_3 = 5$ et $u_7 = 13$. Détermine sa raison et son premier terme.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2) Calcule u_{100}.

……………………………………………………………………………………………………

Remarque : ………………………………………………………………………………………

II. Sens de variations d’une suite arithmétique.

On considère la suite (u_n) définie par : pour tout nombre entier n, $u_n = 2n - 3$. Etudions ses variations.

....

....

Propriété : Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r, alors :

- Si $r > 0$ alors la suite (u_n) est croissante.
- Si $r < 0$ alors la suite (u_n) est décroissante.

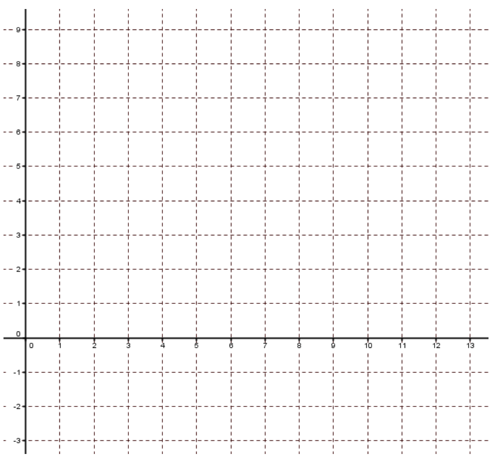
Démonstration :

....

....

III. Représentation graphique d’une suite arithmétique.

On considère la suite (u_n) définie par : pour tout entier n, $u_n = 2n - 3$. Construire sa représentation graphique.



Tableur

	A	B
1	n	Un
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	
11	9	
12	10	
13	11	

....

....

....

....

....

....

IV. Somme des termes consécutifs d’une suite arithmétique.

Propriété : Pour tout entier naturel non nul n, on a : $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Démonstration exigible :

....

....

....

☑ *Savoir-faire : Savoir calculer la somme des termes d'une suite arithmétique :*

Calcule les sommes suivantes : $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 348$. $S_2 = 33 + 36 + 39 + \ldots\ldots + 267$.

....

....

....