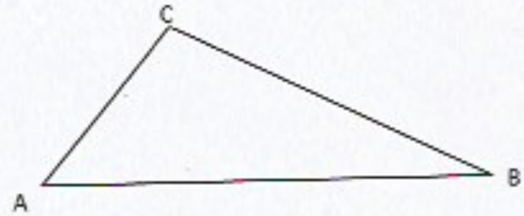
Triangles.

I. Généralités

a) Inégalité triangulaire.

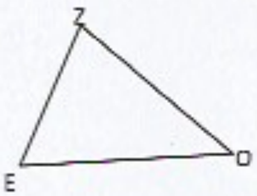


Propriété

Pour tous points A, B et C, on a toujours AB < AC + CB
Et AB = AC + CB si et seulement si C ∈ [AB] (triangle aplati)

On traduit cette propriété parfois par la phrase « Entre deux points le plus court chemin est ~~le segment reliant ces~~ 2 points » la ligne droite ».

b) Vocabulaire.



ZO < OE + ZE
EZ < ZO + EO
EO < ZO + ZE

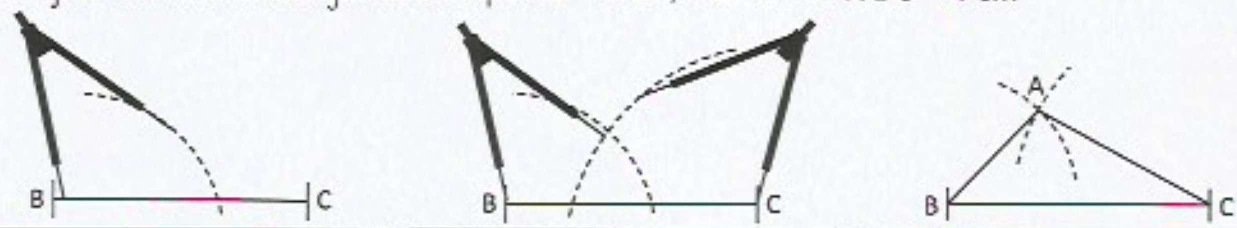
Les points Z, O et E s'appellent les sommet du Triangle.
Les segments [EZ], [OZ] et [EO] s'appellent les côtés du triangle
On dit que le sommet Z est opposé au côté [EO]

c) Construction.

✱ Si on connait la longueur des trois côtés.

Si on connait la longueur des trois côtés On construit le triangle à l'aide d'un compas

Exemple : construire un triangle ABC tel que AB = 2 cm, AC = 3 cm et BC = 4 cm



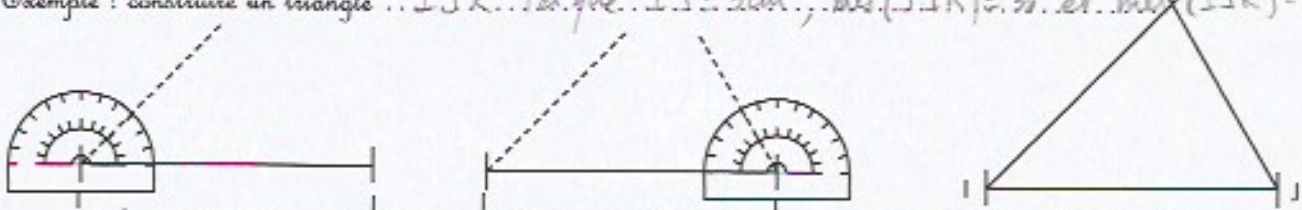
1) On trace un premier segment par exemple le côté [BC] de longueur 4 cm AB = 2 cm alors avec le compas on trace un arc de cercle de rayon 2 cm et de centre B. Le point A se situe dessus.	2) AC = 3 cm alors avec le compas on trace un arc de cercle de rayon 3 cm et de centre C. Le point A se situe dessus. Donc le point A se situe à l'intersection des deux arcs de cercles.	3) On trace les segments manquants, et on nomme les sommets. On code la figure si elle a une particularité. On laisse les traits de constructions.

Attention : on ne peut construire un triangle que si l'inégalité triangulaire est satisfaite.

✱ Si on connait la mesure de 2 angles.

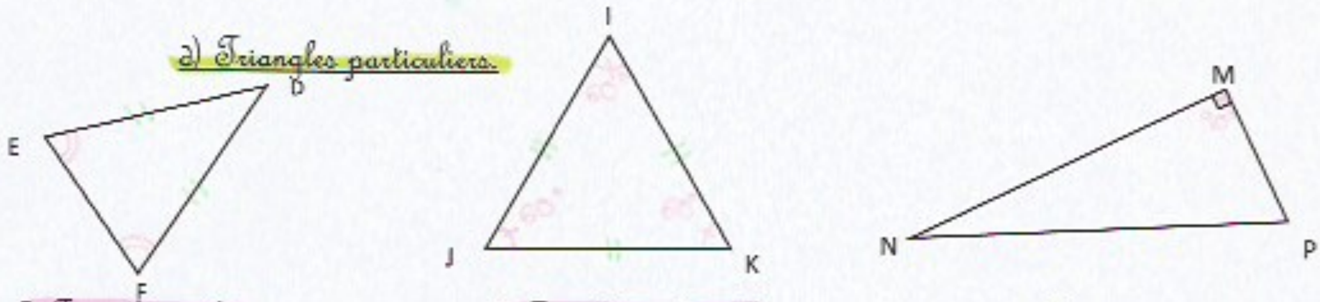
On construit la base, puis chacun des angles dont on connait la mesure

Exemple : construire un triangle IJK tel que IJ = 5 cm, mes($\widehat{JIK}$) = 30° et mes($\widehat{IJK}$) = 40°



On construit [IJ] car on connait sa longueur, puis les deux angles de mesures données, en prolongeant les demi-droites, on obtient le 3ème sommet.

2) Triangles particuliers.



☺ **Triangle isocèle**

un triangle isocèle a 2 côtés de même longueur.
EDF est isocèle en D car ED = DF.

☺ **Triangle équilatéral**

un triangle équilatéral a ses 3 côtés de même longueur. IJK est équilatéral ; car IJ = IK = JK

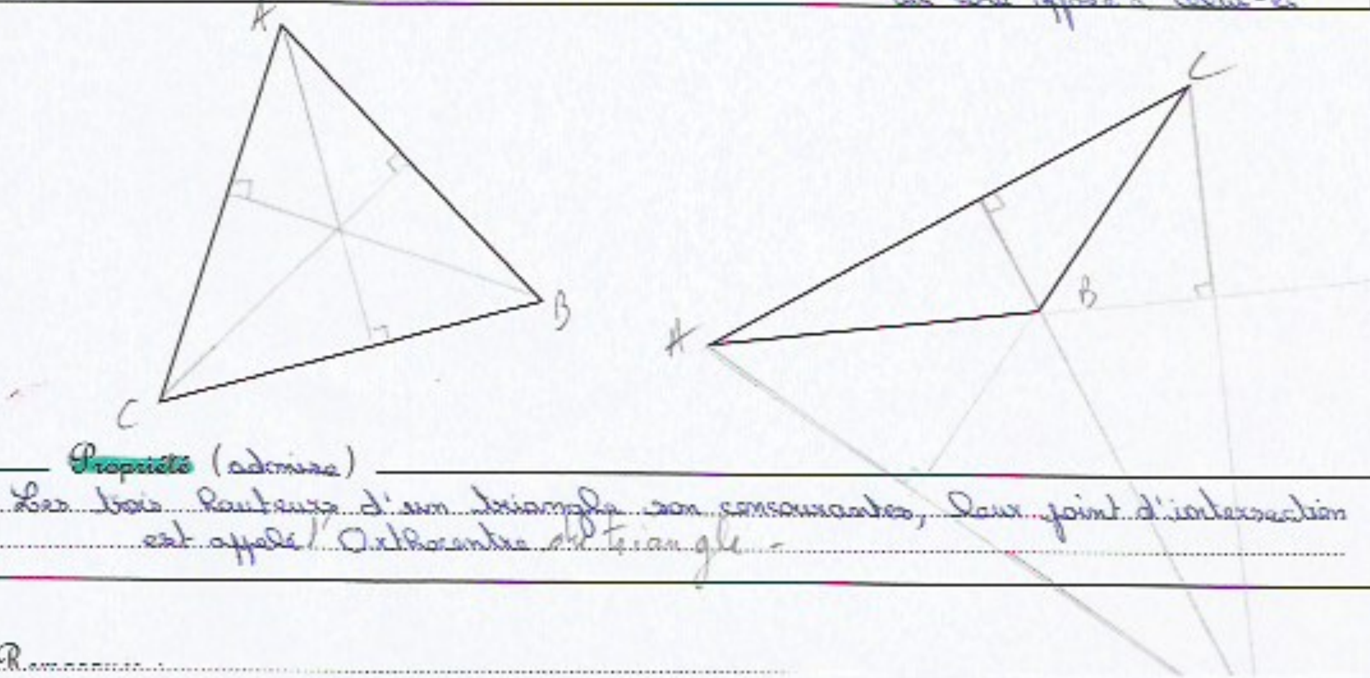
☺ **Triangle rectangle**

un triangle rectangle possède un angle droit.
NMP est rectangle en M : $\widehat{NMP} = 90°$

II. Hauteurs d'un triangle.

Définition

La hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à celui-ci



Propriété (admise)

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes, leur point d'intersection est appelé l'Orthocentre du triangle.

R.........

III. Somme des angles d'un triangle.

Découper un triangle quelconque et réaliser le pliage ci-dessous de façon à ramener les sommets du triangle pour former un rectangle.

On constate que : mes $(\widehat{A})$ + mes $(\widehat{B})$ + mes $(\widehat{C})$ = 180°

Propriété (admise)

La somme des angles d'un triangle est égale à 180°

Dans un triangle équilatéral, chaque angle mesure 180° ÷ 3 = 60°

IV. Triangles semblables.

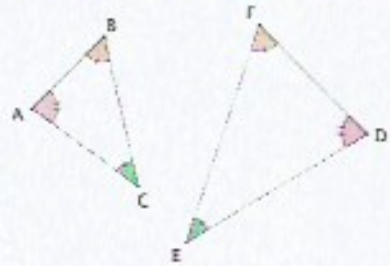
Définition

On appelle triangles semblables des triangles qui ont des angles ....égaux deux par deux.............

Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont semblables, en effet :

$\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$ $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$ $\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$



Dans la pratique :

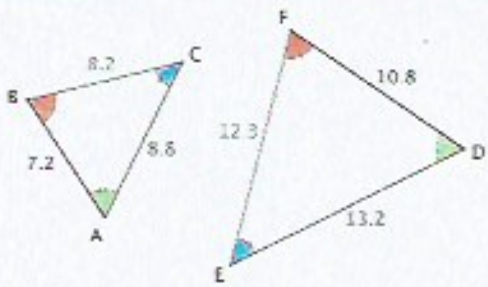
Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que deux couples d'angles sont égaux deux à deux.
En effet, d'après la règle des 180°, le dernier couple d'angles le sera également.

Propriété (admis)

Si deux triangles sont semblables alors leurs longueurs des côtés respectifs sont ....proportionnelles

Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont semblables,
Les côtés du triangle ABC sont proportionnels aux côtés du triangle DEF.
On fait correspondre deux à deux les côtés opposés à deux angles égaux.
Dans deux triangles semblables, les côtés opposés à des angles égaux sont appelés « côtés homologues ».



Côtés de DEF	DF = 10,8	EF = 12,3	ED = 13,2
Côtés de ABC	AB = 7,2	BC = 8,2	AC = 8,8
	↑ Opposé à l'angle bleu	↑ Opposé à l'angle vert	↑ Opposé à l'angle rouge

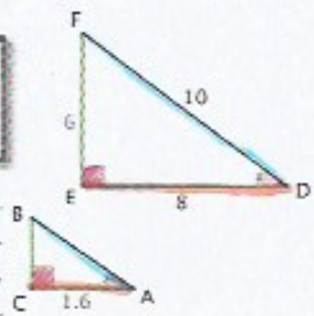
x1,5

On constate ainsi que : $\dfrac{10,8}{7,2} = \dfrac{12,3}{8,2} = \dfrac{13,2}{8,8} = 1,5$

Remarque : Le coefficient de proportionnalité est appelé le **coefficient d'agrandissement ou de réduction.**

Savoir-faire

1) Prouver que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.
2) En déduire les longueurs CB et AB.



ABC et DEF sont des triangles semblables parce que
$\widehat{FED} = \widehat{BCA} = 90°$ et $\widehat{BAC} = \widehat{FDC}$
et qu'ils ont les même codages

FED : 8 6 10
ABC 16 1,2 2