II. Triangle rectangle et trigonométrie.

a) Le cosinus d'un angle aigu.

On fixe une mesure pour l'angle $\hat{A}$.
Tous les triangles rectangles dessinés ont donc les mêmes mesures d'angles, ce sont des triangles semblables.
Lorsqu'on calcule les fractions $\dfrac{\text{côté adjacent de } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$, on trouve toujours le même résultat pour chacune des triangles.

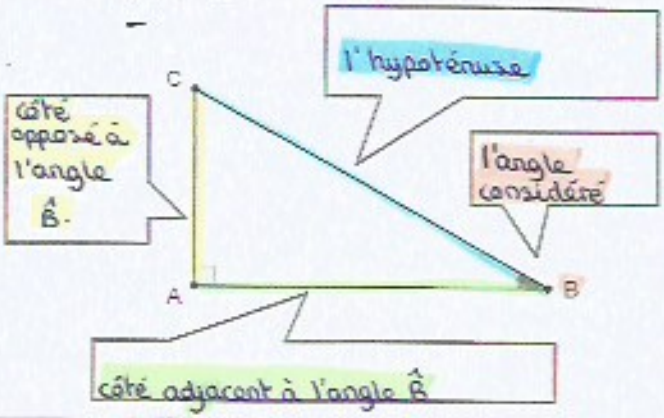
Pour une mesure de l'angle $\hat{A}$ fixée, les longueurs des côtés adjacents à $\hat{A}$ et de l'hypoténuse sont proportionnels. On note le coefficient de proportionnalité $\cos(\hat{A})$. Pour tous les triangles rectangle hypoténuse $\times \cos(\hat{A}) =$ côté adjacent de $\hat{A}$ ou $\cos(\hat{A}) = \dfrac{\text{côté adjacent de } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$.

Contraposée : contraire de la réciproque

hypoténuse : côté le plus long du triangle rectangle.

qd je connais côté et cherche angle $\cos^{-1}$

III. Trigonométrie



Définition

Dans un triangle rectangle le cosinus d'un angle est le quotient du côté adjacent à cet angle sur l'hypoténuse.

Dans le triangle ABC, rectangle en A,

$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC}$ et $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$

Définition

Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle est le quotient du côté opposé à cet angle sur l'hypoténuse.

Dans le triangle ABC, rectangle en A, $\sin(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{BC}$ et $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{CB}$

Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle est le quotient du côté opposé à cet angle sur le côté adjacent

Dans le triangle ABC, rectangle en A, $\tan(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{AC}$ et $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$

Remarque :

- Le plus long côté dans un triangle rectangle est l'hypoténuse donc les fractions $\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ et $\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ sont plus petites que 1 donc $0 < \cos(x) < 1$ et $0 < \sin(x) < 1$.
- Pour toute mesure d'angle alpha (x) $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- La touche $\cos^{-1}$ permet d'avoir la mesure de l'angle si on connaît la valeur du cosinus.

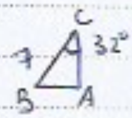
Exemples : si $\cos(\widehat{ACB}) = 0,5$ alors $mes(\widehat{ACB}) = 60°$; si $\sin(\widehat{ACB}) = 0,8$ alors $mes(\widehat{ACB}) = \sin^{-1}(0,8) \approx 53,13°$.

Savoir-faire

ABC est un triangle rectangle en A tel que mes(ACB) = 32° et BC = 7 cm. Calculer une valeur approchée de AC au centième de centimètre près.

Le triangle ABC est rectangle en A. Donc je peux utiliser les formules de trigonométrie.

$\boxed{\cos(\hat{C}) = \frac{AC}{BC}}$; $\sin(\hat{C}) = \frac{BA}{BC}$; $\tan(\hat{C}) = \frac{AB}{AC}$.



Donc $\cos(32°) = \frac{AC}{7}$. Donc $AC = 7 \times \cos(32°)$

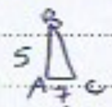
Donc $AC \approx 5,94$ cm.

Savoir-faire

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB= 5 cm et AC = 7 cm. Déterminer la mesure de l'angle ABC arrondie au degré près.

Le triangle ABC est rectangle en A. Donc je peux utiliser les formules de trigonométrie.

$\cos(\hat{B}) = \frac{AB}{BC}$; $\sin(\hat{B}) = \frac{AC}{BC}$; $\boxed{\tan(\hat{B}) = \frac{AC}{AB}}$



Donc $\tan(\hat{B}) = \frac{7}{5}$ Donc $mes(\hat{B}) = \tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right)$ Donc $mes(\hat{B}) \approx 54°$.